



KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Algebra liniowa z geometrią analityczną II

Przedmiot

Kierunek studiów

Matematyka w Technice

Studia w zakresie (specjalność)

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Forma studiów

stacjonarne

Rok/semestr

1/2

Profil studiów

ogólnoakademicki

Język oferowanego przedmiotu

polski

Wymagalność

obligatoryjny

Liczba godzin

Wykład

30

Laboratoria

Inne (np. online)

Ćwiczenia

30

Projekty/seminaria

Liczba punktów ECTS

5

Wykładowcy

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:

prof. dr hab. inż. Paweł Kolwicz;

pawel.kolwicz@put.poznan.pl

Odpowiedzialny za przedmiot/wykładowca:

Wymagania wstępne

Wiwdza z algebry liniowej i geometrii analitycznej z semestru pierwszego tego przedmiotu. Umiejętność stosowania rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych, wykorzystywania rachunku wektorowego w geometrii analitycznej, stosowania podstawowych pojęć teorii przestrzeni liniowej i operatorów liniowych. Ma świadomość potrzeby poszerzania swoich kompetencji, gotowość do podjęcia współpracy

Cel przedmiotu

Zdobycie umiejętności analizy określoności formy kwadratowej (dwuliniowej). Poznanie podstawowych pojęć dla przestrzeni z iloczynem skalarnym (w szczególności pojęcia bazy ortogonalnej). Rozpoznawanie krzywych oraz powierzchni stopnia drugiego. Poznanie wybranych elementów geometrii różniczkowej krzywych.

Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza

1. ma wiedzę nt. formy dwuliniowej (kwadratowej), macierzy formy, iloczynu skalarnego, bazy



ortogonalnej, krzywej stopnia 2 (okręgu, paraboli, hiperboli, elipsy), powierzchni stopnia 2 (walca, stożka, paraboloidy, hiperboloidy), pojęcia okręgu ściśle stycznego .

2. ma wiedzę nt. dowodów ważniejszych, wybranych twierdzeń lub idei dowodów z powyższego zakresu.

Umiejętności

1. ma umiejętność znajdowania macierzy form kwadratowych (dwuliniowych) w wybranych bazach, badania określoności form kwadratowych, obliczania iloczynu skalarnego oraz normy w przestrzeni euklidesowej.

2. potrafi stosować twierdzenia służące rozpoznawaniu krzywych i powierzchni stopnia drugiego, znajdować równanie okręgu ściśle stycznego do krzywej, wyznaczać obwiednię rodziny krzywych dla łatwych przykładów .

Kompetencje społeczne

1. potrafi myśleć i działać w sposób matematycznie poprawny w obszarze algebry liniowej i geometrii analitycznej.

2. zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, rozumie konieczność systematycznej pracy.

Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Wykład

-ocena wiedzy i umiejętności na egzaminie pisemnym sprawdzającym znajomość pojęć oraz umiejętność dowodzenia twierdzeń i ilustrowania teorii przykładami (możliwe także krótkie zadania praktyczne).

Próg zaliczeniowy: co najmniej 50% punktów. Zagadnienia na egzamin, na podstawie których opracowywane są pytania zostaną przesłane studentom drogą mailową z wykorzystaniem uczelnianych systemów elektronicznych.

Ćwiczenia:

-ocenie ciągłe - premiowanie aktywności (dodatkowe punkty) przejawiającej się w dyskusji oraz we współpracy przy rozwiązywaniu zadań praktycznych,

-ocenie ciągłe - premiowanie przyrostu umiejętności posługiwania się poznanymi technikami,

--uzyskiwanie punktów dodatkowych za aktywność podczas zajęć, w tym za przedstawienie referatów (omawiających dodatkowe aspekty zagadnień, w szczególności zastosowanie omawianej teorii w innych naukach lub nawiązanie do umiejscowienia w historii matematyki) oraz za uwagi dotyczące udoskonalenia materiałów dydaktycznych

-aktywny udział w konsultacjach pogłębiający wiedzę oraz ukierunkowujący dalszą pracę.



Wiedza nabyta w ramach ćwiczeń jest weryfikowana przez dwa kolokwia realizowane w ok. 7 i 15 tygodniu (alternatywnie 1 test na koniec semestru). Próg zaliczeniowy: co najmniej 50% punktów.

Zasady zaliczania przedmiotu i dokładne progi zaliczeniowe zostaną przekazane studentom na początku semestru z wykorzystaniem uczelnianych systemów elektronicznych.

Treści programowe

Aktualizacja: 30.08.2022r.

I. Wykład: zagadnienia teoretyczne (definicje, lematy, twierdzenia, wnioski, algorytmy) oraz odpowiednie przykłady dla zagadnień:

1. definicja formy dwuliniowej, macierz formy dwuliniowej w bazie, rząd formy dwuliniowej, formy dwuliniowe symetryczne i antysymetryczne, definicja formy kwadratowej, twierdzenie o związku formy kwadratowej i odpowiedniej symetrycznej formy dwuliniowej, macierz formy kwadratowej, postać kanoniczna (diagonalna) formy kwadratowej, metoda Lagrange'a sprowadzania formy kwadratowej do postaci kanonicznej, rzeczywista forma kwadratowa w postaci normalnej, określoność formy kwadratowej, metoda Jacobiego sprowadzania do postaci kanonicznej, kryterium Sylwestera.

2. definicja iloczynu skalarnego, definicja przestrzeni euklidesowej, norma, nierówność Schwarz'a, kąt między wektorami przestrzeni euklidesowej, wektory ortogonalne, nierówność trójkąta, baza ortogonalna (ortonormalna), ortogonalność a liniowa niezależność wektorów, twierdzenie Grama-Schmidta o ortogonalizacji, twierdzenie o rozkładzie przestrzeni euklidesowej, identyczność równoległoboku.

3. krzywe algebraiczne i przestępne, postać parametryczna i biegunowa krzywej, współrzędne biegunowe, okrąg, elipsa, hiperbola, parabola - definicje, równania, parametry, kierownica hiperboli (elipsy), twierdzenie o mimośrodku dla elipsy i hiperboli, linia stopnia 2 - definicja, przykłady, równanie jednorodne stopnia 2 - definicja i twierdzenie, twierdzenie podstawowe o liniach stopnia 2.

4. powierzchnie stopnia drugiego, powierzchnie obrotowe, równania: elipsoidy obrotowej, hiperboloidy jedno- i dwupowłokowej, paraboloidy eliptycznej, stożka eliptycznego, definicja walca eliptycznego, hiperbolicznego i parabolicznego oraz paraboloidy hiperbolicznej, podział obiektów przestrzennych stopnia drugiego.

5. obwiednia rodziny krzywych, styczność krzywych, okrąg ściśle styczny, krzywizna krzywej płaskiej, wzory na środek i promień krzywizny, ewoluta i ewolwenta dla krzywej, krzywa w przestrzeni, prosta styczna i płaszczyzna normalna do krzywej, płaszczyzna ściśle styczna do krzywej, płaszczyzna prostująca, trójścian Freneta - równania trzech płaszczyzn i trzech prostych, krzywizna i skręcenie krzywej przestrzennej.

II. Ćwiczenia: rozwiązywanie zagadnień praktycznych ilustrujących omawiane pojęcia oraz przykładowych problemów z wykorzystaniem aparatu teoretycznego z wykładu np.:



1. wyznaczanie macierzy formy dwuliniowej w bazie, sprowadzenie do postaci kanonicznej (diagonalnej) formy kwadratowej metodą Lagrange'a lub Jacobiego .
2. sprawdzanie ortogonalności wektorów , przeprowadzenie ortogonalizacji metodą Grama-Schmidta.
3. sprawdzanie jaką linię przedstawia równanie stopnia drugiego metodą sprowadzania do pełnych kwadratów lub z wykorzystaniem twierdzenia, szkice wykresu krzywych stożkowych z uwzględnieniem ważnych elementów.
4. sprawdzanie jaki obiekt przestrzenny stopnia drugiego przedstawia równanie metodą sprowadzania do pełnych kwadratów lub z wykorzystaniem twierdzenia, szkice wykresu powierzchni stopnia drugiego metodą przekrojów płaszczyznami.
5. znajdowanie obwiedni, okręgu ściśle stycznego, poszczególnych elementów trójścianu Freneta.

Metody dydaktyczne

I. Wykłady

1. wykład prowadzony na tablicy w sposób interaktywny z formułowaniem pytań do grupy studentów, wykład uzupełniony prezentacją komputerową.
2. uwzględnia się aktywność studentów (przygotowanie referatów historycznych na temat matematyków związanych z przedstawianym materiałem, referaty na temat zastosowań algebry w naukach inżynierskich, przedstawianie dowodów pozostawionych do samodzielnego zrobienia) w czasie zajęć przy wystawianiu oceny końcowej,
3. w trakcie wykładu inicjowanie dyskusji,
4. teoria przedstawiana w powiązaniu z aktualną wiedzą studentów z poprzednich wykładów.

II. Ćwiczenia

1. rozwiązywanie przykładowych zadań na tablicy
2. szczegółowe recenzowanie rozwiązań zadań przez prowadzącego ćwiczenia i dyskusje nad komentarzami.

Literatura

Podstawowa

1. A. I. Kostrykin, Wstęp do algebry, cz.1 Podstawy algebry, PWN, Warszawa 2004.
2. A. I. Kostrykin, Wstęp do algebry, cz.2 Algebra liniowa, PWN, Warszawa 2004.
3. A. I. Kostrykin, Zbiór zadań z algebry, PWN, Warszawa 2005.
4. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1, Wrocław 2003.



5. T. Jurlawicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 2, Wrocław 2005.

6. F. Leja, Geometria analityczna, PWN, Warszawa 1961.

Uzupełniająca

1. H. Arodź, K. Rościszewski, Zbiór zadań z algebry i geometrii analitycznej dla fizyków, PWN, 1990.

Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	125	5,0
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	63	2,5
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do ćwiczeń, przygotowanie do kolokwium/egzaminu) ¹	62	2,5

¹ niepotrzebne skreślić lub dopisać inne czynności